

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضی و آمار	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : انسانی	پایه ی دهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۷ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

۱ معادله $2x - 3x - 5 = 0$ را به روش Δ حل کنید. با محاسبه ریشه های x_1 و x_2 حاصل ضرب آنها را به دست آورید.

۲ معادله زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

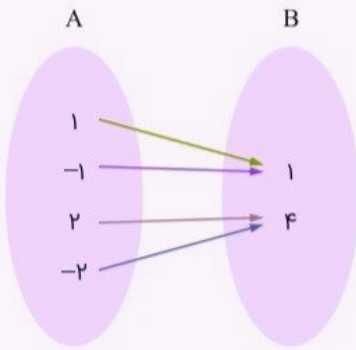
۳ برای تابع $y = x^2 + \sqrt{x}$ با دامنه $A : \{0, 1, 4\}$ اعضای برد را بیابید و نمودار ون آن را رسم کنید.

۴ معادله داده شده را حل کنید.

$$\frac{1-3x}{6} - \frac{5}{12} = \frac{-3x-1}{4}$$

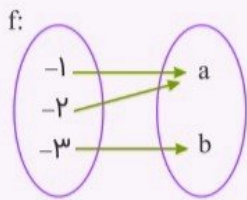
۵ معادله $2x^2 + 8x - 10 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.

الف

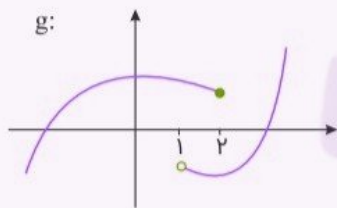


۷ در هر مورد مشخص کنید آیا رابطه داده شده تابع است یا خیر؟ سپس دامنه و برد توابع را مشخص کنید.

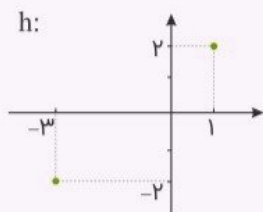
الف



ب



پ



ت

$$k : \{(1, -4), (2, -6), (-3, 3), (1, (-2)^2)\}$$

۸ اگر $x = 1$ یکی از ریشه‌های معادله $(2k + 1)x^2 + x - 4 = 0$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌ها چقدر است؟

۹ اگر α و β ریشه‌های معادله $-x^2 + 4x - 3 = 0$ باشند، بدون حل معادله حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$\frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta}$$

۱۰ در معادله $(x - 1)^2 = K$:

الف جواب این معادله را در صورت وجود، به ازای $K = 2, K = 4, K = 0$ و $K = -9$ به دست آورید.

ب به ازای چه مقادیری از K ، معادله ریشه مضاعف دارد؟

پ به ازای چه مقادیری از K ، معادله دو ریشه حقیقی دارد؟

ت به ازای چه مقادیری از K ، معادله ریشه حقیقی ندارد؟

۱۱ با استفاده از اتحادها، معادله‌های زیر را حل کنید.

الف

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

ب

$$4x^2 - (2 - x)^2 = 0$$

معادلات زیر را به روش خواسته شده حل کنید.

۱۲

روش کلی $-2x^2 + 5x - 3 = 0$

۱۳

روش مربع کامل $2x^2 + 8x - 10 = 0$

۱۴

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + x - 2 = 0$ باشند، حاصل عبارت‌های زیر را بدون حل معادله به دست آورید.

الف

$$\frac{3x_1x_2}{x_1 + x_2}$$

ب

$$x_1^2 + x_2^2$$

۱۵

اگر $x = 2$ ریشه معادله $x^2 + m = \frac{2m - x}{x - 1}$ باشد، مقدار m چقدر است؟

۱۶

معادله $\frac{x}{x+2} + \frac{2}{x-1} = 0$ را حل کنید.

۱۷

معادلات زیر را حل کنید.

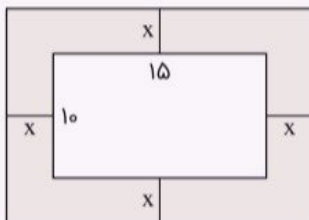
$$\frac{6}{x} = 2 + \frac{x-3}{x+1}$$

۱۸ آیا می‌توانید معادله درجه دومی بنویسید که جواب نداشته باشد؟ دو نمونه آن را مشخص کنید.

۱۹ فاصله هر طرف قالی از کنار دیوار یک اتاق مستطیل شکل ثابت است. اگر مساحت اتاق ۲۴، محیط اتاق ۲۰ و محیط قالی ۱۲ باشد، طول و عرض قالی را به دست آورید.

۲۰ اگر در معادله درجه دوم $-x^2 + (m+1)x + 2m = 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر ۲- باشد، مجموع ریشه‌ها را بیابید.

۲۱ یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی‌متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر x باشد، مقدار x را پیدا کنید.



۲۲ اگر معادله $x^2 - 2(k+1)x + 1 = 0$ فقط یک جواب حقیقی داشته باشد، k را به دست آورید؛ سپس ریشه معادله را به دست آورید.

۲۳ باتوجه به ضابطه هر تابع، مجموعه مقادیر یا برد هر تابع را مشخص کنید.

الف

$$f: A \rightarrow B$$
$$f(x) = 2x^2 + 1, \quad A = \{-1, \sqrt{2}, 2, 1, 0, \frac{1}{2}\}$$

ب

$$f: A \rightarrow B$$
$$f(x) = \sqrt{x+1} - 1, \quad A = \{0, -1, 8, 3, 2\}$$

پ

$$f: A \rightarrow B$$
$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}, \quad A = \{-2, 0, 1, \sqrt{2}, \frac{1}{2}\}$$

۲۴ معادله درجه دومی بنویسید که $x = 3$ و $x = -5$ جوابهای آن باشد.

۲۵ معادله درجه دومی بنویسید که $x = 2$ و $x = -3$ جوابهای آن باشد.

۲۶ تابع $f(x) = (x - 1)^2 + 3$ را به کمک انتقال رسم کنید. (تمام مراحل رسم شود).

۲۷ در یک کلاس همه دانش آموزان به یکدیگر پیامک می فرستند اگر در کل ۶۰۰ پیامک ارسال شده باشد. هر دانش آموز چند پیامک ارسال کرده است؟

کدامیک از روابط زیر تابع است؟ در صورت تابع بودن، دامنه و برد آن را بیابید.

۲۸ $f : \{(0, 2) (-1, 4) (0, 3) (1, 5)\}$

۲۹ $g : \{(3, 4) (2, 0) (5, 1) (\sqrt{9}, 2^2)\}$

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضی و آمار	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : انسانی	پایه ی دهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۸ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		نمره

معادله ۲ ریشه دارد $\Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4(2)(-5) = 49 > 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2 \times 2} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = -1$$

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{5}{2} \times (-1) = \frac{-5}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

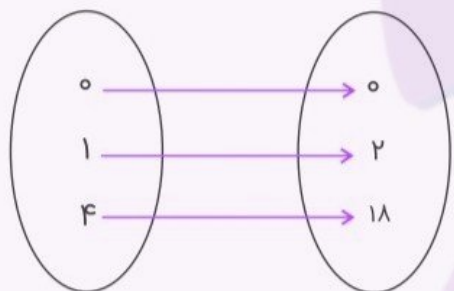
$$x^2 + 6x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 7 + 9 \Rightarrow (x + 3)^2 = 16$$

$$\Rightarrow x + 3 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 4 \Rightarrow x = 1 \\ x + 3 = -4 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$$

$$y = x^2 + \sqrt{x} \Rightarrow f(0) = 0$$

$$f(1) = 2$$

$$f(4) = 16 + 2 = 18$$



$$\frac{1-3x}{6} - \frac{5}{12} = \frac{-3x-1}{4} \xrightarrow{\times 12} 2(1-3x) - 5 = 3(-3x-1)$$

$$2 - 6x - 5 = -9x - 3 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$۲x^۲ + ۸x - ۱۰ = ۰ \xrightarrow{\div ۲} x^۲ + ۴x - ۵ = ۰$$

$$۴ \xrightarrow{\text{به توان } ۲} ۲ : \text{نصف } ۴$$

$$\sqrt{(x+۲)^۲} = \sqrt{۹} \Rightarrow x+۲ = \pm ۳ \Rightarrow x = ۱, -۵$$

الف

تابع است؛ زیرا از هر عضو، یک پیکان خارج شده است.

الف

f تابع است.

$$D_f = \{۱, -۲, -۳\}, \quad R_f = \{a, b\}$$

ب

g تابع نیست.

پ

h تابع است.

$$D_h = \{-۳, ۱\}, \quad R_h = \{-۲, ۲\}$$

ت

k تابع نیست.

$$x = ۱ \Rightarrow ۲k + ۱ + ۱ - ۴ = ۰ \Rightarrow ۲k = ۲ \Rightarrow k = ۱$$

$$۳x^۲ + x - ۴ = ۰ \Rightarrow \frac{c}{a} = -\frac{۴}{۳}$$

الف

$$\frac{۲\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{۲(\frac{c}{a})}{\frac{-b}{a}} \Rightarrow \frac{۲c}{-b} = \frac{-۶}{-۴} = \frac{۳}{۲}$$

الف اگر $K = 2$:

$$(x-1)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = +\sqrt{2} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2} \\ x-1 = -\sqrt{2} \Rightarrow x = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

اگر $K = 4$:

$$(x-1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = +2 \Rightarrow x = 3 \\ x-1 = -2 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

اگر $K = 0$:

$$(x-1)^2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = 1$$

اگر $K = -9$:

$$(x-1)^2 = -9$$

سمت چپ همواره نامنفی و سمت راست همواره منفی است؛ بنابراین تساوی غیرممکن است.

$$K = 0$$

$$K > 0$$

$$K < 0$$

ب

پ

ت

الف ۱۱

از اتحاد یک جمله مشترک، تساوی را تجزیه می‌کنیم:

$$\Rightarrow (x-1)(x+4) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1) = 0 \text{ یا } (x+4) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = -4$$

ب

با استفاده از اتحاد مزدوج، عبارت جبری سمت چپ تساوی را تجزیه می‌کنیم:

$$(2x - (2-x))(2x + (2-x)) = 0$$

$$\Rightarrow (3x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ یا } x = -2$$

پاسخ سؤالات ۱۲ تا ۱۳

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-\omega \pm 1}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \div 2 \rightarrow x^2 + 2x = \omega &\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 9 \Rightarrow (x+1)^2 = 9 \\ \Rightarrow x+1 = \pm 3 &\Rightarrow x = 1, x = -\omega \end{aligned}$$

$$\frac{2 \frac{c}{a}}{\frac{-b}{a}} = \frac{2c}{-b} = 6$$

$$\left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2 \frac{c}{a} = (-1)^2 - 2(-2) = 1 + 4 = \omega$$

$$\frac{2m-x}{x-1} + m = x^2 \Rightarrow 2m-2+m=4 \Rightarrow 3m=6 \Rightarrow m=2$$

$$\frac{x}{x+2} + \frac{2}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{x(x-1) + 2(x+2)}{(x-1)(x+2)} = 0$$

$$\frac{x^2 - x + 2x + 4}{(x-1)(x+2)} = 0 \Rightarrow x^2 + x + 4 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(1)(4) \Rightarrow \Delta = -15$$

پس ریشه ندارد.

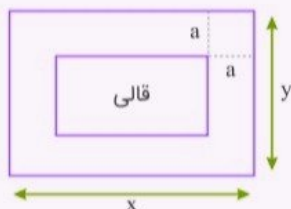
$$x \neq 0, -1 \Rightarrow x(x+1)\left(\frac{6}{x} = 2 + \frac{x-3}{x+1}\right) \Rightarrow 6(x+1) = 2x(x+1) + x(x-3)$$

$$\Rightarrow 6x + 6 = 2x^2 + 2x + x^2 - 3x \Rightarrow 3x^2 - 7x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 + 72 = 121$$

$$\Rightarrow x = \frac{7 \pm 11}{6} \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

$$x^2 + 9 = 0$$

$$-x^2 - \omega = 0$$



$$xy = 24 : \text{مساحت اتاق}$$

$$\text{محیط اتاق} = 2(x + y) = 20 \Rightarrow x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$$

$$\text{مساحت اتاق} = 24 = x(10 - x) \Rightarrow 10x - x^2 - 24 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 6 \Rightarrow y = 10 - 6 = 4 & \text{قق} \\ x = 4 \Rightarrow y = 10 - 4 = 6 & \text{قق } x > y \end{cases}$$

$$\text{محیط قالی} = 2(x - 2a + y - 2a) = 12$$

$$x + y - 4a = 6 \Rightarrow 10 - 4a = 6 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{طول قالی} : x - 2a = 6 - 2 = 4$$

$$\text{عرض قالی} : y - 2a = 4 - 2 = 2$$

$$\frac{c}{a} = -2 \Rightarrow \frac{2m}{-1} = -2 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

$$-x^2 + 2x + 2 = 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-2}{-1} = 2$$

روش اول: استفاده از روش کلی در حل معادله درجه ۲

$$(10 + 2x)(15 + 2x) = 300 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0$$

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \\ x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 4900 \\ x_1 = \frac{5}{2} \text{ قابل قبول}, x_2 = -15 \end{cases}$$

روش دوم: استفاده از تجزیه در حل معادله درجه ۲

$$(10 + 2x)(15 + 2x) = 300 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0$$

$$(2x + 30)(2x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow x = -15, x = \frac{5}{2} \text{ قابل قبول}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^r - fac = f(k+1)^r - f = 0 \Rightarrow (k+1)^r = 1$$

$$k+1 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} k+1 = 1 \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{ra} = \frac{r}{r} = 1 \\ k+1 = -1 \Rightarrow k = -2 \Rightarrow x = \frac{-b}{ra} = \frac{-r}{r} = -1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 2 \times (-1)^r + 1 = 3$$

$$f(\sqrt{r}) = 2 \times (\sqrt{r})^r + 1 = 5$$

$$f(2) = 2 \times (2)^r + 1 = 9$$

$$f(1) = 2 \times (1)^r + 1 = 3$$

$$f(0) = 2 \times (0)^r + 1 = 1$$

$$f\left(\frac{1}{r}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{r}\right)^r + 1 = \frac{r}{r}$$

$$\Rightarrow R_f = B = \{3, 5, 9, 1, \frac{1}{r}\}$$

$$f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 0$$

$$f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = -1$$

$$f(1) = \sqrt{1+1} - 1 = 2$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} - 1 = 1$$

$$f(2) = \sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1$$

$$\Rightarrow R_f = B = \{0, -1, 2, 1, \sqrt{3} - 1\}$$

$$f(-۲) = \frac{-۲+۱}{-۲-۲} = \frac{۱}{۴}$$

$$f(۰) = \frac{۰+۱}{۰-۲} = -\frac{۱}{۲}$$

$$f(۱) = \frac{۱+۱}{۱-۲} = -۲$$

$$f(\sqrt{۲}) = \frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}-۲}$$

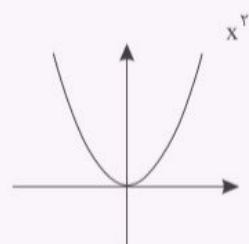
$$f\left(\frac{۱}{۲}\right) = \frac{\frac{۱}{۲}+۱}{\frac{۱}{۲}-۲} = \frac{\frac{۳}{۲}}{-\frac{۳}{۲}} = -۱$$

$$\Rightarrow R_f = B = \left\{ \frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۲}, -۲, \frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}-۲}, -۱ \right\}$$

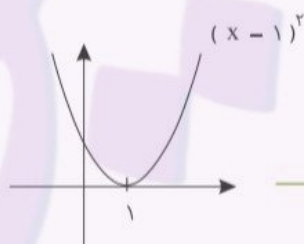
$$(x-۳)(x+۵) = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۱۵ = ۰$$

$$\begin{cases} x=۲ \Rightarrow x-۲=۰ \\ x=-۳ \Rightarrow x+۳=۰ \end{cases} \Rightarrow (x-۲)(x+۳) = ۰$$

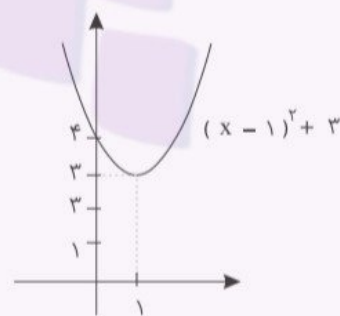
$$\Rightarrow x^۲ + (-۲+۳)x + (-۲)(۳) = ۰ \Rightarrow x^۲ + x - ۶ = ۰$$



۱ واحد
راست



۳ واحد
بالا



۲۴

۲۵

۲۶

۲۷

اگر کلاس دارای x دانش‌آموز باشد هر نفر $x - 1$ پیامک ارسال می‌کند پس تعداد کل پیامک‌ها $x(x - 1)$ است. داریم ضرب دو عدد متوالی ۶۰۰ است.

$$x(x - 1) = 600$$

آن دو عدد 24×25 است. بنابراین $x = 25$ و هر دانش‌آموز ۲۴ پیامک ارسال کرده است.

پاسخ سؤالات ۲۸ تا ۲۹

۲۸

تابع نیست.

۲۹

تابع است. $R : \{۴, ۰, ۱\}$, $D : \{۳, ۲, ۵\}$

